

Proceso de cálculo de las cáscaras cilíndricas largas de cubierta en la obra de Félix Candela. El enfoque del equilibrio

Calculation process of long cylindrical shells in the work of Felix Candela. The equilibrium approach

M. Martínez (*)

RESUMEN

El objetivo del presente trabajo consiste en evidenciar como a partir de los años 50 Félix Candela consiguió diseñar y calcular estructuralmente cáscaras cilíndricas largas de cubierta de hormigón armado mediante análisis basados simplemente en ecuaciones de equilibrio, con un claro objetivo: conseguir un método de cálculo sencillo y seguro, respetando la característica de cedencia del hormigón armado y, por tanto, obviando las consideraciones de compatibilidad y deformación que pudiera sufrir la estructura. Y lo hizo en un momento donde la teoría elástica de cáscaras resultaba prácticamente inaplicable al implicar la resolución de ecuaciones diferenciales de octavo orden.

Se justifica analíticamente la teoría escogiendo un ejemplo de la obra de Félix Candela, ejecutada por medio de cáscaras cilíndricas largas de cubierta, y elaborando el proceso de cálculo necesario propuesto.

Palabras clave: Cáscaras cilíndricas largas; enfoque del equilibrio; cascarones de hormigón armado; Félix Candela Outeriño; método de la viga.

ABSTRACT

The objective of the present work is to show how from the 50's, Felix Candela got to analyze the roof long cylindrical shells in reinforced concrete. It was done from a structural point of view, with calculations based simply on equilibrium equations, with just an objective: to get a safely and easily calculation method, respecting the assignment of reinforced concrete and, therefore, obviating the considerations of compatibility and deformation that could undergo the structure. And he did it in a moment when Elastic Theory of Shells was practically inapplicable when it involved the resolution of eighth order differential equations.

The theory is developed mathematically choosing an example of work of Félix Candela, done by roof long cylindrical shells, and making the necessary structural calculations proposed.

Keywords: Long cylindrical shells; approach from equilibrium; Shell-cast concrete; Félix Candela Outeriño; Beam method.

(*) Escuela de Arquitectura. Universidad de Alcalá de Henares (España).

Persona de contacto/Corresponding author: martinezmartinezmonica@gmail.com (M. Martínez)

ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-4544-9517> (M. Martínez)

Cómo citar este artículo/Citation: M. Martínez (2018). Proceso de cálculo de las cáscaras cilíndricas largas de cubierta en la obra de Félix Candela. El enfoque del equilibrio. *Informes de la Construcción*, 70(551): e260. <https://doi.org/10.3989/ic.56644>

Copyright: © 2018 CSIC. Este es un artículo de acceso abierto distribuido bajo los términos de la licencia de uso y distribución Creative Commons Reconocimiento 4.0 Internacional (CC BY 4.0).

Recibido/Received: 29/03/2017
Aceptado/Accepted: 26/06/2017
Publicado on-line/Published on-line: 10/09/2018

1. INTRODUCCIÓN

La primera cáscara cilíndrica larga de hormigón armado aparece en Alemania en 1924, para cubrir un edificio destinado a la fábrica de la compañía Zeiss.

Hasta los años 20, y concretamente en Alemania, el comportamiento estructural de las cáscaras delgadas de hormigón se venía estudiando matemáticamente como si de “membranas” se trataran. Estos estudios, iniciados por R. Maillart y formulados posteriormente por H. Reissner (1) y F. Emperger (2), determinaban que si los esfuerzos existentes en una cáscara delgada, pero suficientemente rígida, fueran exclusivamente de compresión, tracción y tangenciales, todos ellos contenidos en el espesor de la cáscara y sin existir en ningún caso esfuerzos de flexión, el espesor de la lámina podría ser muy pequeño, hasta unos pocos centímetros, con tal de que su forma y sus condiciones de sustentación cumplieran ciertas condiciones fundamentales. Por tanto, la estructura ya no resolvía los problemas resistentes en término de sección, sino que lo hacía por la pura forma; consiguiendo así satisfacer el principio de economía del material tan importante para los ingenieros y constructores de la época. Obviamente el material que se ajustaba a este modelo matemático era el hormigón armado, por su capacidad moldeable, incluyendo en su interior armaduras de refuerzo para contrarrestar los esfuerzos de tracción y cortante.

Paralelamente, en el ámbito constructivo y tras la Primera Guerra Mundial, las cáscaras cilíndricas de cubierta de hor-

migón armado se impusieron como tipologías estructurales capaces de cubrir grandes luces con un gasto mínimo de material. De esta manera, surgió un nuevo sistema constructivo con una geometría ideal para cubrir espacios de tipo utilitario, tales como estaciones, almacenes, naves y hangares, etc.; en definitiva, espacios de grandes luces que hasta este momento habían sido construidos en acero. Ante la exigencia constructiva surgida en estas nuevas tipologías estructurales, se hizo necesario elaborar una base matemática que fuera capaz de calcularlas previamente a su construcción. En este sentido se recurrió a la aplicación de la Teoría Elástica debido a su más que aprobada vigencia en el cálculo estructural en ese momento (Fig. 1).

La práctica de la teoría de la elasticidad al cálculo estructural de las cáscaras cilíndricas largas empezó a ser desarrollada en el decenio de 1930, en Alemania, gracias a la labor de los ingenieros U. Finsterwalder (3) y Fr. Dischinger (4), y posteriormente del noruego A. Aas Jakobsen (5). La formulación matemática aportada por la teoría analítica, tan enraizada en este momento y referida a materiales ideales, homogéneos e isótropos que respondían a la ley de Hooke, fue aplicada igualmente al cálculo estructural de las cáscaras cilíndricas largas de hormigón armado, sin detenerse a analizar las características propias del nuevo material constructivo utilizado.

Sin embargo, la teoría elástica de cáscaras resultó ser prácticamente inaplicable puesto que implicaba resolver complejas ecuaciones diferenciales de octavo orden, formuladas en base a hipótesis irreales, concernientes a sus condiciones

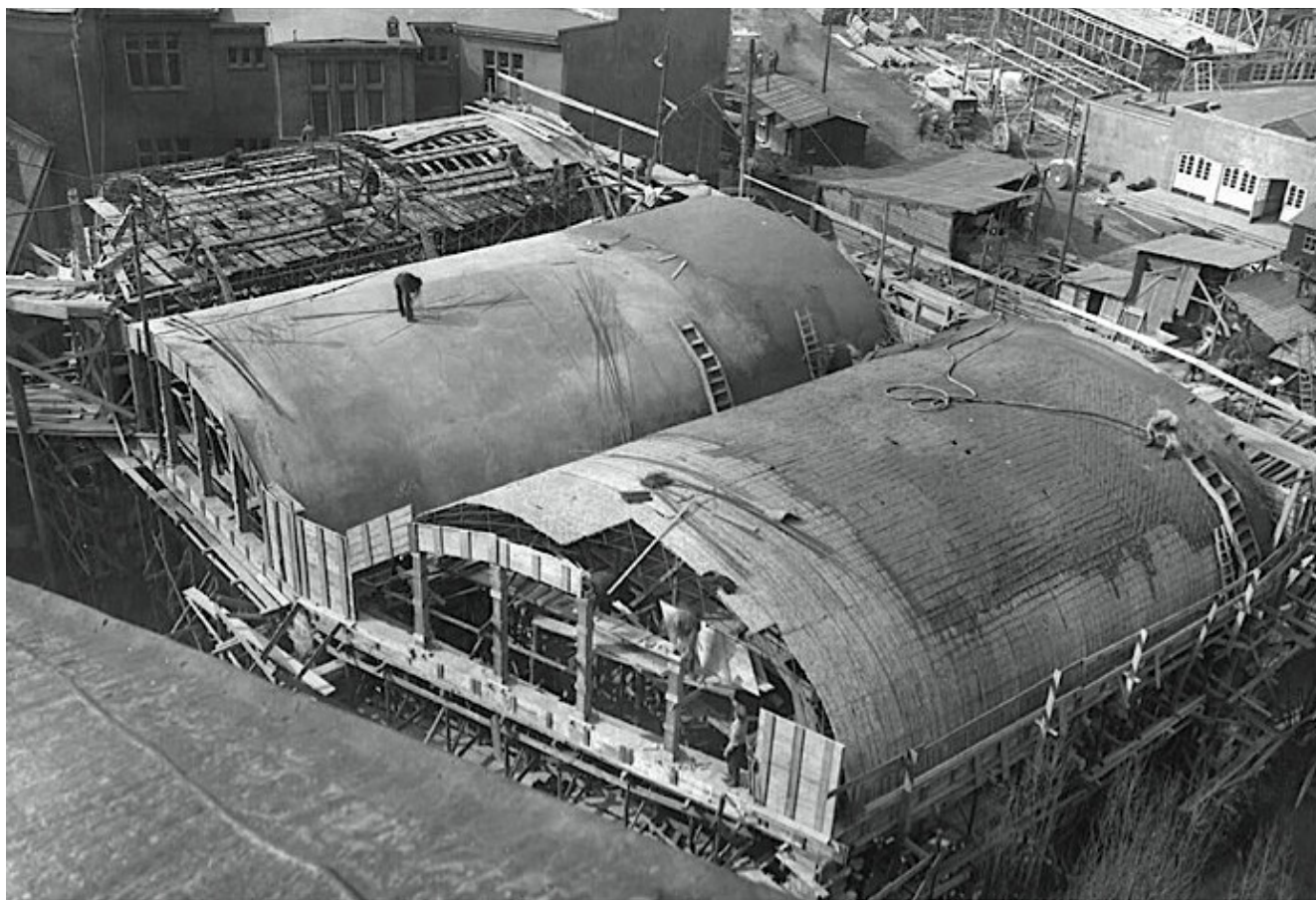


Figura 1. Cáscaras cilíndricas largas de la cubierta, en construcción, del Dywidagh-halle. Fr. Dischinger y U. Finsterwalder. 1926. “Die Dywidag-Halle auf der Gesolei”. Der Bauingenieur 7, figura 3, pp. 929, 930.

de contorno o al material estructural utilizado. Todas estas hipótesis suponían, o bien idealizar una realidad imposible de conocer a priori, o bien hacían referencia a un material ideal, homogéneo e isótropo, cuando el hormigón armado no cumple con ninguna de esas propiedades. En ningún caso se podía asegurar que ese estado tensional, obtenido en la cáscara, representara el “estado real” indiscutible de la estructura. Como consecuencia fueron apareciendo, de manera obvia y significativa, insalvables incongruencias entre los resultados obtenidos a partir del cálculo elástico y lo acontecido en la realidad o mediante ensayo. Todo ello debido a que las imperfecciones de fabricación, ejecución y, sobretodo, las pequeñas variaciones geométricas en la estructura, que son esencialmente incognoscibles, eran imposibles de prever en el cálculo.

En este contexto, en 1944 el ingeniero danés Knud Winstrup Johansen publicó un artículo de gran relevancia en cuanto que realizó el análisis estructural de una cáscara cilíndrica larga de una cubierta real, cuyo cálculo se basaba exclusivamente en el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio, permitiendo con ello un cálculo sencillo y seguro de estas tipologías estructurales (6). Posteriormente, otros ingenieros como el húngaro G. Kazinczy (7) y el también danés H. Lundgren continuaron con este tipo de estudios; siendo este último quien, además de K.W. Johansen, formuló a finales del decenio de 1940 una teoría de aplicación, práctica, clara y sencilla, basada en el enfoque del equilibrio (8).

A partir de 1950, y hasta la aparición de los computadores, el análisis estructural de las cáscaras cilíndricas largas de cubierta discurre entre o bien realizar los cálculos pertinentes basándose en la teoría elástica, por lo que se debía asumir la obligación de resolver complejos cálculos matemáticos basándose en hipótesis irreales, o bien, por el contrario, aplicar métodos basados en el planteamiento del equilibrio de tensiones facilitando con ello un cálculo sencillo y seguro basado en el enfoque del equilibrio. De esta última manera es como actuaron algunos ingenieros y arquitectos a la hora de calcular estas tipologías estructurales; tal fue el caso del arquitecto Félix Candela Outeriño.

A pesar de lo mucho que se ha escrito sobre la aplicación y desarrollo del cálculo elástico al caso concreto de las cáscaras cilíndricas largas de cubierta de hormigón armado, el presente trabajo trata de llenar un vacío de conocimiento existente, en el caso de estas tipologías estructurales, en lo referente a la aplicación de métodos de cálculo sencillos, basados en el planteamiento de las ecuaciones de equilibrio en tensiones, que permitieron construir de manera segura estas tipologías a arquitectos como en el caso concreto de Félix Candela.

Por esta razón, el objetivo es desarrollar el cálculo de una cáscara cilíndrica larga real, elegida entre las obras ejecutadas por Félix Candela, basándose exclusivamente en planteamientos de equilibrio de tensiones como a continuación se tratará de exponer.

2. INFLUENCIA DE LA GEOMETRÍA EN EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL EN LA OBRA DE FÉLIX CANDELA

Mucho se ha escrito sobre la vida y obra del arquitecto Félix Candela Outeriño (1910-1997); sin embargo, apenas se ha analizado la trascendencia que supuso su conocimiento

sobre la repercusión de la geometría en el cálculo de sus estructuras.

Las estructuras laminares de hormigón armado, que se construían en Europa desde los años 20, habían llamado poderosamente la atención del joven Candela durante sus estudios en la carrera. Pero será en 1945, seis años después de su llegada a México, cuando Candela se dedicará a su estudio y análisis estructural (12), (13). Es en este momento cuando, en su afán de búsqueda por encontrar nuevos métodos de cálculo más sencillos que el aportado por la aplicación de la teoría elástica, Candela se interesó por la lectura de otros textos, además de los alemanes (16).

La obsesiva implantación de los métodos elásticos a todos los sistemas estructurales tampoco era compartida por algunos prestigiosos ingenieros, tales como K.W. Johansen (9), H. Lundgren (8) o el mismo G.V. Kazinczy (10); los cuales no podían ser tachados de superficiales en sus trabajos e investigaciones. Gracias a estos textos, Candela profundiza en el supuesto de que las cáscaras de hormigón armado podían ser analizadas aplicando otros métodos más sencillos, basados en los diferentes estados de equilibrio que puede ir adoptando la estructura dependiendo de la geometría de ésta y de la aplicación de las cargas, es decir basándose en el enfoque del equilibrio de la estructura (15), (18).

En 1951, Félix Candela presenta un ensayo en el II Congreso Científico Mexicano (11), donde se desvincula definitivamente de los métodos convencionales de cálculo estructural basados en la teoría de la elasticidad. Comienza a entender el comportamiento de las estructuras en general, y de las cáscaras en particular, de manera similar a un traspaso de esfuerzos de las partes de la estructura que se encuentran más solicitadas a las que lo están menos, dependiendo todo ello de la geometría transversal de la cáscara. Por tanto, se trata de una situación de ajuste o de equilibrio entre solicitaciones y tensiones, donde pueden existir diferentes estados de equilibrio; cualquiera de ellos válido, incluso el obtenido de manera tan compleja y tediosa por medio de la teoría de la elasticidad. En el caso de los resultados obtenidos utilizando la teoría de la elasticidad habría que puntualizar que su validez estaría garantizada en la medida de la exactitud de las premisas utilizadas, previas al cálculo. Es decir, no se debería poner objeción alguna al procedimiento del cálculo elástico siempre y cuando los materiales estructurales utilizados respondan a las hipótesis básicas de la elasticidad; cosa que en el caso de las cáscaras cilíndricas de hormigón armado no se producía.

Al no existir una solución única al problema, la estructura reacciona contra la acción de todos los posibles estados de carga que vayan apareciendo, o supuestos fallos en su cimentación si éstos se dieran. La estructura irá adoptando aquella solución, de distribución de solicitaciones y deformaciones, más idónea que le permita seguir resistiendo cómodamente las fuerzas externas a que se encuentra sometida en cada caso. Cualquier estado de la estructura en que se produzca el equilibrio de las fuerzas puede ser objeto de estudio, por lo que el calculista puede centrarse en estudiar la seguridad de la cáscara en cada uno de ellos.

Desde un punto de vista universal, el factor determinante para la elección de una forma o geometría estructural es el estado real de la técnica analítica que ha de servir a la investigación o análisis previo de la estructura (17). Por esta razón,

Candela decidió que analizando y ejecutando él mismo estas geometrías podría conocer si lo previamente escrito, acerca de ellas, era o no verdad. De este modo descrito es como Candela logró calcular y ejecutar sus cáscaras de cubierta de hormigón armado (14), (18), (20).

Años más tarde, Antonio Tonda Magallón, discípulo y colaborador de Candela, difundirá en castellano estos métodos basados en el enfoque del equilibrio gracias a la publicación de su libro en 1973 (19).

3. METODOLOGÍA DE CÁLCULO: EL ENFOQUE DEL EQUILIBRIO

En 1951 Félix Candela construye su primera cáscara cilíndrica larga para la cubierta del Almacén Pisa, ubicada en San Bartolo, Estado de México (Fig. 2).

En las cáscaras que conforman la estructura de este edificio, aparecen vigas de borde y juntas entre unidades contiguas. Fue el mismo Candela quien justificó el uso de estos elementos argumentando que, por aquel entonces, aún no era conocedor de las ventajas que proporcionaba la continuidad en las cáscaras cilíndricas de hormigón armado. Cabe señalar, que en esta estructura se ejecutó, además, una de las primeras losas sinusoidales de Candela (la primera fue la construida en la marquesina de Boliches Marsella, México DF 1950); un tipo de lámina que sigue los mismos principios que la cáscara

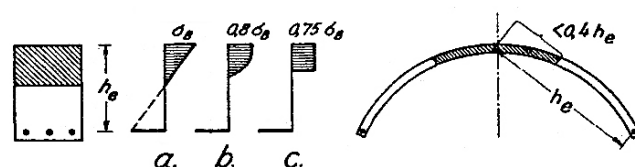


Figura 3. Esquema de semejanza entre viga de hormigón armado y cáscara cilíndrica larga. Faber, C., Echegaray, M.M. y Candela, F. 1970. Las estructuras de Candela. Compañía Editorial Continental, S.A. Mexico-España-Argentina-Chile, p. 43.

cilíndrica larga, pero que debido a su tamaño los momentos flectores transversales son prácticamente despreciables.

El método de análisis estructural empleado se fundamenta en asemejar el comportamiento de la cáscara cilíndrica larga al de una viga de hormigón armado (Fig. 3), cuyo proceso de cálculo consiste en lo siguiente:

3.1. Cálculo longitudinal de la cáscara

En primer lugar, es necesario obtener el valor de las fuerzas exteriores, permanentes y variables, que actúan sobre la cáscara. Tras tomar el ángulo α en radianes, ángulo que forma el arranque de la cáscara con la horizontal, y asimilando la geometría de la cáscara cilíndrica al de una viga, el momento flector total vendría dado por la expresión:



Figura 2. Vista interior del Almacén Pisa, San Bartolo, Estado de México, México 1951. Arquitectos: Félix Candela y José Luís Certucha. <http://www.tumblr.com>

$$M_z = \frac{1}{8} q_z l^2 \quad [1]$$

donde l representa la luz de la cáscara y q la carga uniformemente distribuida sobre ella.

El valor de este momento flector es resistido por las tensiones internas; por lo que es necesario calcular la magnitud de éstas para hallar la cantidad de refuerzo necesario en la cáscara. A su vez, los valores de estas tensiones dependen del brazo de palanca, distancia existente entre el centro de compresiones y tracciones, que es determinado por medio de expresiones sumamente sencillas, derivadas de la propia geometría de la cáscara a estudiar (Fig. 4).

La resultante de la tensión axial, N_x , por cada 10cm del ancho de las vigas de borde, así como el área necesaria de refuerzo ubicado en ellas vendrían dados por las expresiones:

$$N_x = \frac{M_z}{I_{zz}} S_z (s_o) \quad [2]$$

$$A = \frac{N_x}{\sigma} \quad [3]$$

La resultante de las tracciones se ubicaría en el centro de masas del área correspondiente al armado de acero. Mientras

que la resultante de las fuerzas de compresión estaría situada a una distancia de $1/5\eta$, donde η determina la distancia entre la corona o punto superior de la cáscara y el centro de gravedad de ésta (Fig. 4).

Con ello, el cálculo de la distancia teórica del brazo de palanca en la cáscara, así como la localización del centro de tensiones se determinarían de manera inmediata mediante:

$$Z = \frac{I_{zz}}{2S_z (s_o)} \quad [4]$$

Por tanto, el estado de equilibrio en la cáscara se consigue por medio del traspaso de esfuerzos de las zonas más solicitadas a las que lo están menos; dependiendo, todo ello, de la geometría transversal de la cáscara, la ubicación de la fibra neutra o brazo de palanca y las diferentes disposiciones que se elija para la armadura. Al seleccionar una línea neutra, en la sección transversal de la cáscara, se obtiene el brazo de palanca, para el cual los esfuerzos internos se contrarrestan con los momentos debidos a las cargas. Con aritmética elemental, como se ha intentado mostrar, se obtiene el valor del área de armado necesario para ese estado concreto de equilibrio.

El estado de equilibrio, así obtenido, es una solución al problema, pero no la única. En base a ello, y dada una geometría transversal, cualquier estado de la estructura en el que se pro-

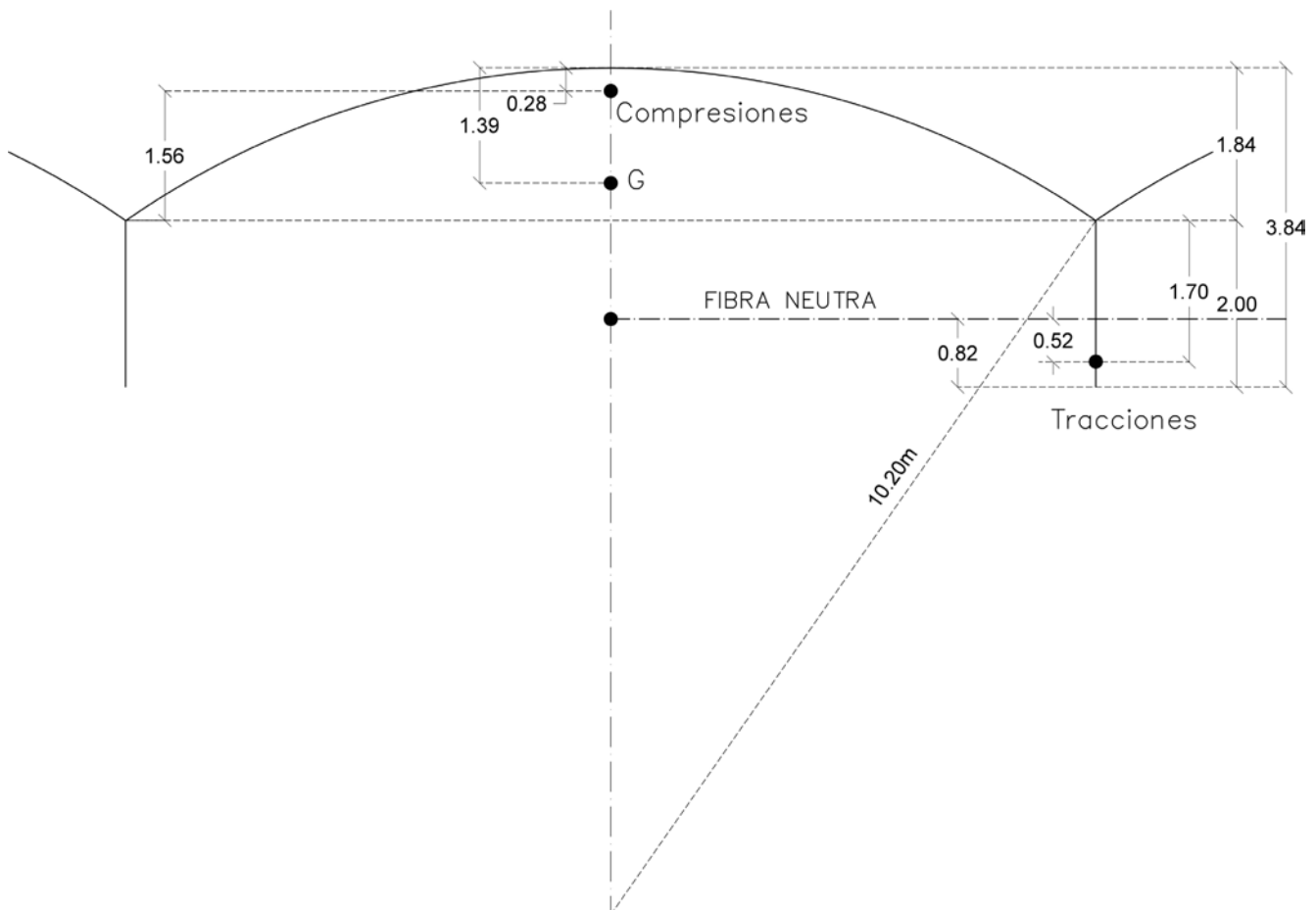


Figura 4. Obtención de la fibra neutra de un estado de equilibrio en la sección transversal de la cáscara cilíndrica larga proyectada por F. Candela para el Almacén Pisa, San Bartolo, Estado de México, 1951. Dibujo de elaboración propia.

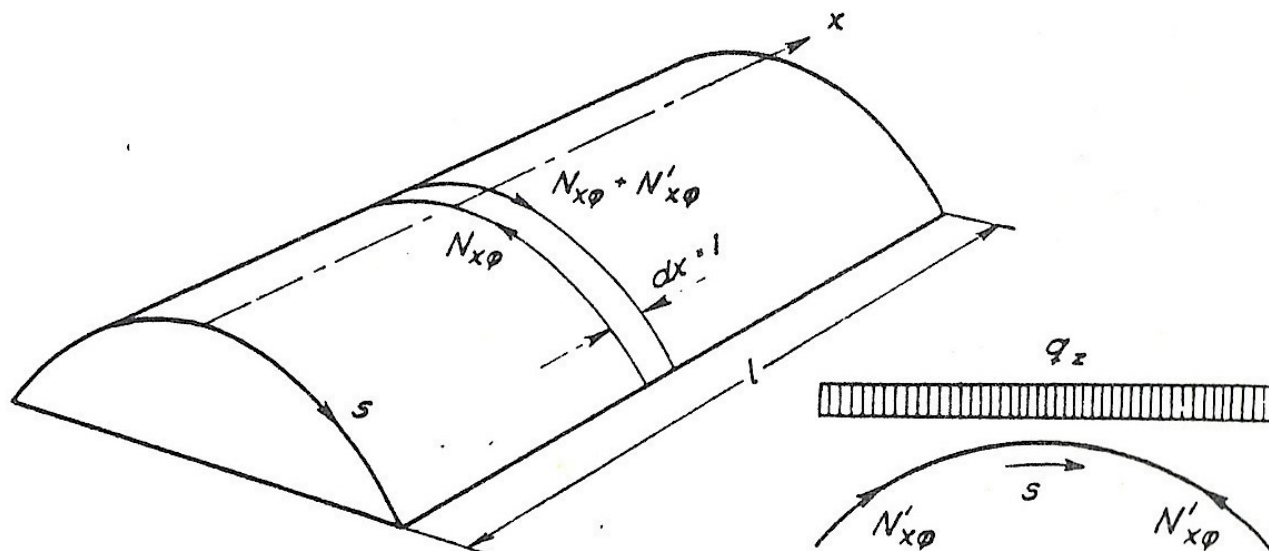


Figura 5. Cargas sobre el arco-cáscara. Lundgren H. 1949. Cylindrical Shells. Volumen I Cylindrical Roofs. The Danish Technical Press the Institution of danish Civil Engineers. Capítulo 11, apartado 111, num. Ex. 111.1: Preliminary design of a long shell, figura 111.4, p. 70.

duzca equilibrio entre las fuerzas actuantes puede ser objeto de estudio.

3.2. Cálculo transversal de la cáscara

De igual manera, atendiendo exclusivamente a consideraciones puramente geométricas y de equilibrio, se calculan los esfuerzos cortantes y su ubicación en la sección transversal de la cáscara cilíndrica.

El valor máximo de la tensión tangencial vendrá determinado por:

$$N_{\phi x} = \frac{Q_z}{I_{zz}} S_z(s) \quad [5]$$

Por lo que el área de refuerzo necesario se obtendría de manera, igualmente, inmediata.

Una vez calculados los valores máximos de la tensión normal en la dirección de la cáscara, N_x , y el de la tensión tangencial, $N_{x\phi}$, se pueden obtener el valor de la tensión normal en la dirección tangente a la curva M_ϕ , el momento flector en la dirección tangente a la curva, (momentos transversales) y, por último, la tensión cortante en la dirección tangente a la curva, Q_ϕ .

Para ello, se seleccionan dos secciones transversales en la cáscara cilíndrica larga, separadas entre sí una distancia muy pequeña, $\delta x = 1$ (Fig. 5). En base a ello, se puede realizar el cálculo de los momentos transversales considerando el equilibrio en esa franja transversal.

Si se divide el arco que constituye la sección transversal de la cáscara en dos mitades y, a su vez, cada mitad se divide en ocho partes (Fig. 6), se puede suponer un área de intervalo concentrada en el centro de cada uno de ellos. Con ello, se logra obtener sucesivos esfuerzos tangenciales, cada uno perteneciente a cada intervalo, en lugar de hallar un único esfuerzo en la sección transversal de la cáscara.

Según esta división, el primer intervalo, 0-2, correspondería a la ubicación de la viga de canto, en el borde de la cáscara, cuya área se considerará uniformemente distribuida a lo largo de su altura de 2m.

Con todos estos datos, así como los referentes a la geometría de la sección (Fig. 6) se pueden obtener los datos que aparecen en la siguiente tabla nº 1:

donde:

$$\Delta y = \cos \phi \Delta, \quad \Delta x = \sin \phi \Delta$$

La primera columna corresponde a los diferentes intervalos en los que se ha dividido el arco que conforma la sección transversal de la cáscara (0,2,4,...18).

La segunda columna representa las distancias, según el eje axial, del punto inicial o intermedio de cada intervalo del arco con respecto al punto G, o centro de gravedad de la cáscara (Fig. 6). Esta segunda columna se divide a su vez en dos, la primera hace referencia a las distancias de los puntos iniciales de cada intervalo, mientras que la segunda corresponde a las distancias de los puntos intermedios; todos ellos, como ya se ha indicado, con respecto al punto G.

La tercera columna, representa lo mismo que la segunda pero las distancias son medidas en este caso según el eje axial z.

La cuarta columna, correspondiente a los valores de z^2 , valor necesario para resolver, valor del momento de inercia con respecto a la línea neutra y a centro de gravedad G de la sección transversal de la cáscara, por medio de la siguiente expresión:

$$I_{zz} = 2z^2 \cdot \delta \Delta \quad [6]$$

Referente a los momentos estáticos, como el área de cada intervalo del arco, $\delta \Delta$, se ha considerado concentrada en el punto medio de dicho intervalo, (3,5,7,...17), el valor del

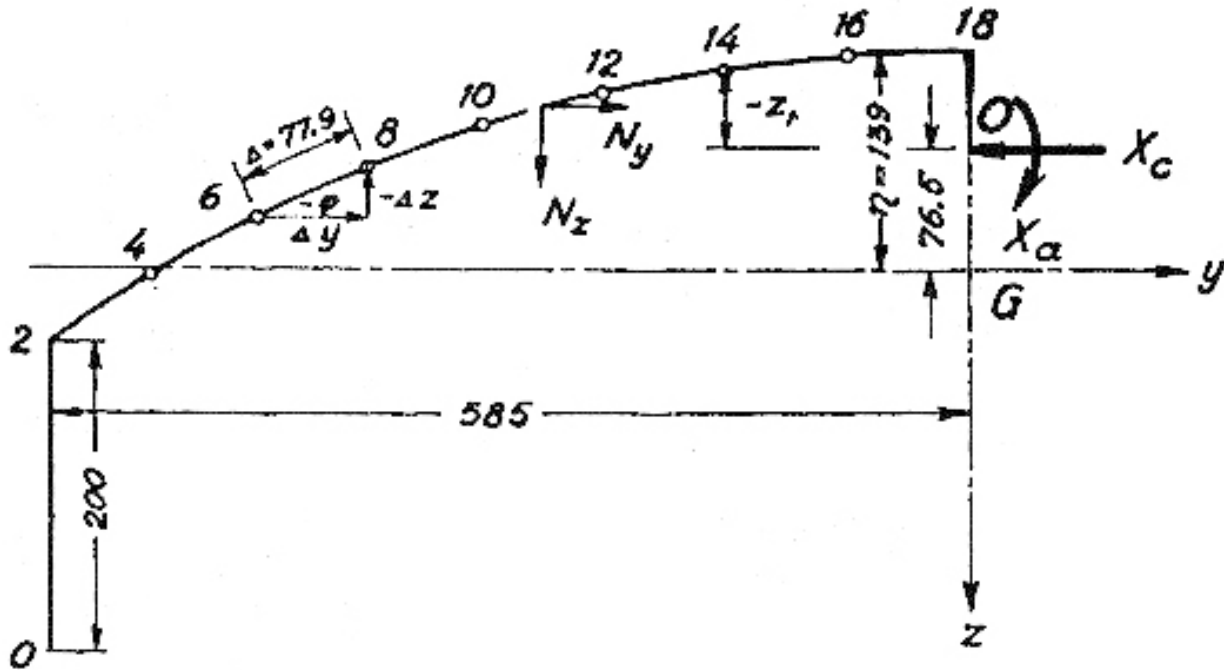


Figura 6. Justificación analítica para la realización del cálculo transversal de la cáscara cilíndrica larga del Almacén Pisa, San Bartolo, Estado de México, 1951. Dibujo base escogido del libro: Cylindrical Shells. Lundgren H. 1949. The Danish Technical Press the Institution of danish Civil Engineers. Capítulo 11, figura 111.8, p. 73.

Tabla 1. Cálculo de momentos transversales en la cáscara cilíndrica larga correspondiente al Almacén Pisa, San Bartolo, Estado de México. Félix Candela 1951. Tabla de elaboración propia.

Puntos	Y (m)		Z (m)		Z ² (m ²)	Sz/δΔ (m)	q (Kg/m)	N' _{xφ} (Kg/m ²)	ΔY (m)	ΔZ (m)	N' _{xφ} ΔY (Kg/m)	N' _{xφ} ΔZ (Kg/m)	qz (Kg/m)
0	-5,85	-5,85	2,45	1,45	10,36	0,00		0	0,00	-1,00			
2	-5,85	-5,53	0,45	0,24	0,06	6,17	1325	995	0,32	-1,21	318	-1431	-106
4	-5,20	-4,86	0,03	-0,16	0,03	6,41	200	1033	0,67	-0,40	693	-413	-213
6	-4,51	-4,16	-0,34	-0,50	0,25	6,25	200	1007	0,70	-0,34	705	-343	-143
8	-3,80	-3,44	-0,66	-0,80	0,64	5,75	200	927	0,72	-0,30	667	-278	-78
10	-3,07	-2,69	-0,92	-1,03	1,06	4,95	200	798	0,75	-0,23	599	-183	17
12	-2,32	-1,93	-1,13	-1,21	1,46	3,92	200	632	0,76	-0,18	480	-114	86
14	-1,55	-1,17	-1,27	-1,33	1,77	2,71	200	437	0,76	-0,12	332	-52	148
16	-0,78	-0,39	-1,36	-1,38	1,90	1,38	200	222	0,78	-0,05	173	-11	189
18	0,00		-1,39			0	100	0	0,39	-0,01	0	0	100
					17,53	37,54	2825	6051	5,85	-3,84	3967	-2825	0

momento estático se considerará constante dentro del mismo intervalo e igualmente concentrado en el punto medio de éste. De igual manera, la carga q se considera uniformemente repartida en cada intervalo.

El valor de las fuerzas tangenciales en cada intervalo del arco, $N'_{xφ}$, se obtiene por medio de la expresión [3] con los datos obtenidos en las columnas anteriores; así como sus componentes verticales y horizontales.

Obtenidas las componentes de las fuerzas tangenciales, $(N'_{xφ})_y$ y $(N'_{xφ})_z$, que van surgiendo en cada punto, y sumando todas ellas intervalo a intervalo se logran los valores correspondientes a las componentes horizontales y verticales de las fuerzas internas N_y y N_z , aplicadas en los puntos intermedios de cada intervalo, tal y como aparece en las dos primeras columnas de la tabla n° 2.

Como se aprecia en los resultados obtenidos, es en el punto más elevado de la cáscara, punto 18 (Fig. 6), donde se aplica la máxima fuerza a compresión.

Los momentos flectores producidos por las fuerzas internas, N_y y N_z , así como sus incrementos en cada uno de los intervalos, se hallan fácilmente determinando los diferentes brazos de palanca de cada uno de los intervalos, $Δ_z$ y $Δ_y$.

Por lo tanto, el incremento del valor del momento transversal en cada intervalo vendrá definido por la expresión:

$$ΔMφ = N_y Δz - N_z Δy \quad [7]$$

Con la suma de los diferentes incrementos, $ΔMφ$, se obtiene el valor de los momentos transversales en cada intervalo, partiendo de un valor nulo en el arranque.

Tabla 2. Cálculo de los momentos transversales en la cáscara cilíndrica larga correspondiente al Almacén Pisa, San Bartolo, Estado de México. Félix Candela 1951. Tabla de elaboración propia.

Puntos	N _y (Kg/m)	N _z (Kg/m)	Δz (m)	Δy (m)	N _y ΔZ (Kg)	N _y ΔY (Kg)	ΔM _φ (Kg)	M _{φ,0} (Kg)	Z _l (m)	Z _i	-Z _l M _{φ,0} (Kgm)	M _φ (Kg)
0												
2	0	0	-2	0,00	0	0	0	0	1,215	1,476	0	-248
4	318	-106	-0,42	0,65	-134	69	-65	-65	0,795	0,632	52	-6
6	1011	-319	-0,37	0,69	-374	220	-154	-219	0,425	0,181	93	110
8	1716	-462	-0,32	0,71	-549	328	-221	-440	0,105	0,011	46	122
10	2383	-540	-0,26	0,73	-320	394	-226	-666	-0,155	0,024	-103	86
12	2982	-523	-0,21	0,75	-626	392	-234	-900	-0,365	0,133	-328	5
14	3462	-437	-0,14	0,77	-485	337	-148	-1048	-0,505	0,255	-529	-41
16	3794	-289	-0,09	0,77	-341	22	-119	-1167	-0,595	0,354	-695	-94
18	3967	-100	-0,03	0,78	-119	78	-41	-1208	-0,625	0,391	-755	-113
			-3,84	5,85	-3248	2040	-1208	-5109	0,000	0,524	-1842	1

A estos valores habría que añadir los referentes a los momentos iniciales debidos al empuje horizontal desconocido en el punto 2. Estos momentos pueden ser obtenidos de igual manera que en el caso de un arco fijo; es decir determinando los valores de las reacciones. Por tanto, el valor de los momentos transversales totales será el correspondiente al resultado de la operación:

$$M_{\varphi} = M_{\varphi,0} - X_a + z_1 X_c \quad [8]$$

estos valores aparecen en la última columna de la tabla nº 2, donde X_c correspondería al valor de la tensión horizontal.

Resumiendo, en la corona de la cáscara existiría un valor de la fuerza normal en la dirección tangente a la curva, N_{φ} , de:

$$N_{\varphi} = N_y + X_c \quad [9]$$

Con todo ello, el cálculo del armado necesario es inmediato (Fig. 7).

En resumen, tanto los esfuerzos cortantes como el refuerzo necesario correspondiente se calculan de la misma manera que en una viga de hormigón. Los momentos transversales debidos a los esfuerzos tangenciales se obtienen por estática, considerando el equilibrio de una franja transversal de longitud unitaria sometida a las cargas verticales que actúan sobre ella; así como a la diferencia entre los esfuerzos cortantes en ambas secciones transversales que limitan la franja. Esta diferencia es considerada como fuerzas unitarias tangentes a la sección transversal.

Posteriormente, en 1953, Félix Candela comienza la construcción de los nuevos Laboratorios CIBA. En este proyecto donde la economía no era una premisa principal, proyecta c cáscaras largas en forma de diente de sierra, sobre las áreas de los laboratorios (Fig. 8).

En el caso de la cubierta de este edificio, las cáscaras cilíndricas largas en forma de diente de sierra poseen un brazo de palanca de fuerzas internas muy pequeño, en comparación con el peralte total, para contrarrestar la flexión longitudinal. Este hecho exige mayor cantidad de armadura de refuer-

zo y de barras diagonales cerca de los apoyos para absorber esfuerzos cortantes superiores a una cáscara cilíndrica larga normal. Por otro lado, el borde superior horizontal libre, no puede dejarse sin apoyo porque entonces se pandearía; hay que apoyarlo en columnas de pequeña sección transversal soportadas en la viga de borde inferior de la cáscara adyacente, con el aumento de armadura de refuerzo que significa esto.

En su análisis Candela volvió a utilizar el método de la viga desarrollado en los textos publicados, y anteriormente mencionados, por los ingenieros K.W. Johansen (6), H. Lundgren (8) y G. Kazinczy (10).

En este caso el procedimiento consiste en encontrar, en primer lugar, el centro de inercia de la sección transversal de la cáscara en forma de diente de sierra; así como sus ejes principales. Posteriormente se calcula la flexión que sufre la sección transversal de la cáscara utilizando el mismo procedimiento ya explicado (Fig. 9).

Nuevamente, la manera de encontrar el centro de inercia de la sección transversal es mediante sistemas de equilibrio tal y como se ha expuesto anteriormente.

4. CONCLUSIONES

Félix Candela asemejó el comportamiento de las cáscaras cilíndricas largas de cubierta al de una viga hueca de hormigón armado con el fin de poder emplear un método de cálculo sencillo y seguro, basado en el equilibrio de tensiones.

El método de la viga proporciona una solución de equilibrio que, si la cáscara está constituida con un material dúctil, y en ausencia de problemas de inestabilidad, resulta ser una solución segura; sin consideraciones acerca de las condiciones de contorno existentes en estas tipologías, que son variables e imposibles de determinar.

El estado de equilibrio en la cáscara cilíndrica larga se consigue por medio del traspaso de esfuerzos de las zonas más solicitadas a las que lo están menos. Todo ello dependiendo de la geometría transversal de la cáscara, la ubicación de la fibra neutra y las diferentes disposiciones que se elija para la

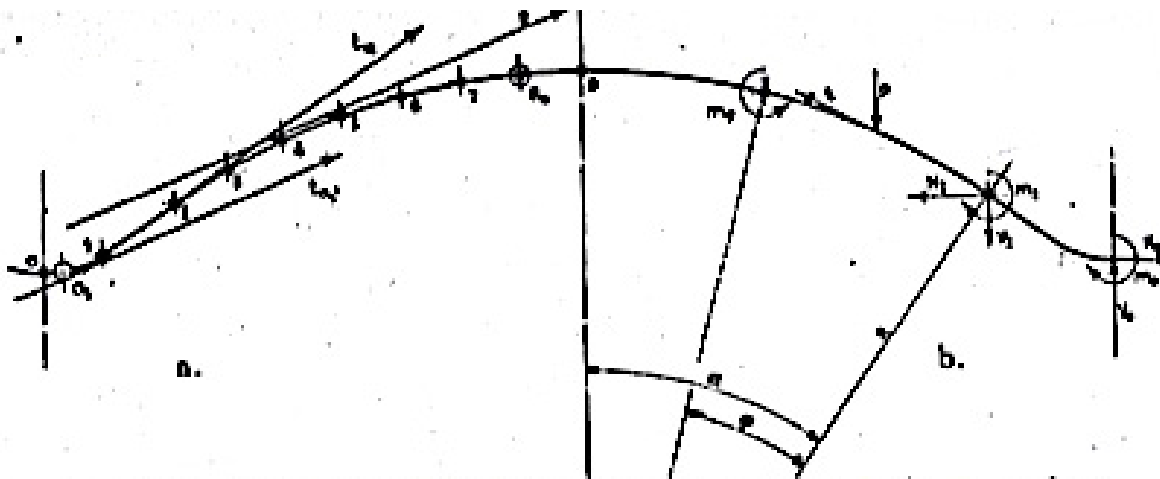


FIG. 3: a) esfuerzos cortantes. b) momentos transversales

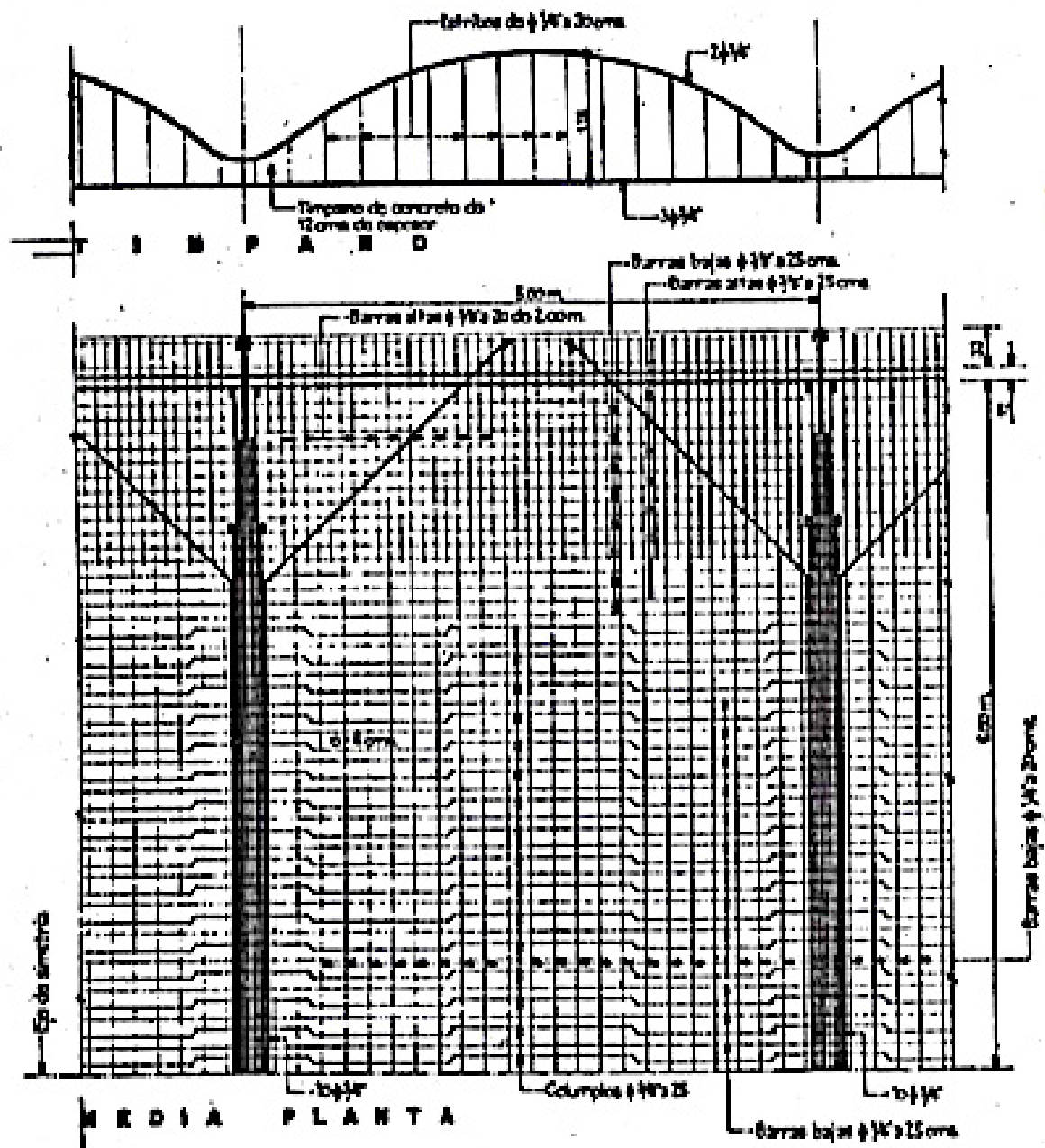


Figura 7. Cálculo transversal y ubicación de armadura en la cáscara cilíndrica larga para la cubierta del Almacén Pisa, San Bartolo, Estado de México. Candela, F. 1970. Las estructuras de Candela. Compañía Editorial Continental, S.A. Mexico-España-Argentina-Chile, p. 50.

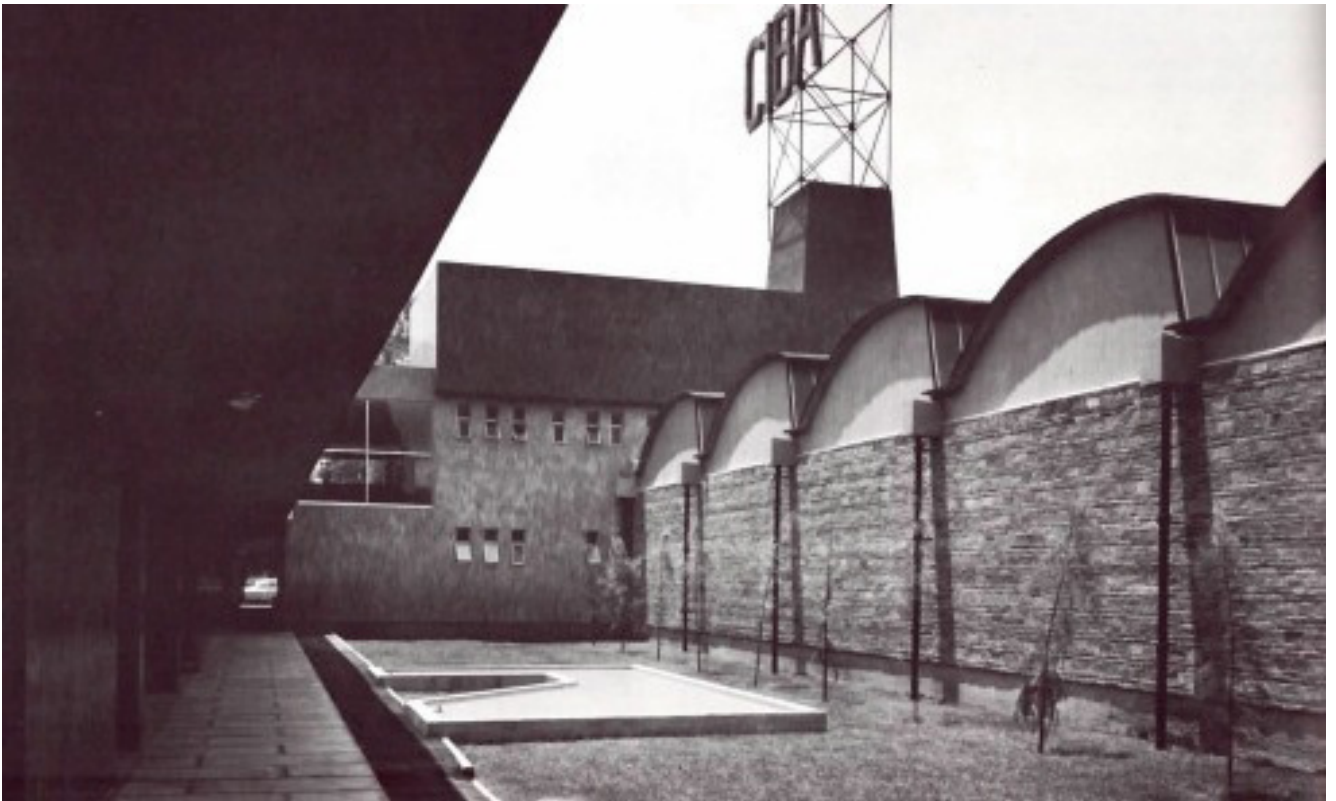


Figura 8. Vista interior del patio entre la producción y el almacenamiento de los Laboratorios CIBA, Churubusco, Estado de México, México 1954. Arq.: Alejandro Prieto, arq. colaborador: Enrique Manzaneres y colaborador técnico: Félix Candela. <http://www.tumblr.com>

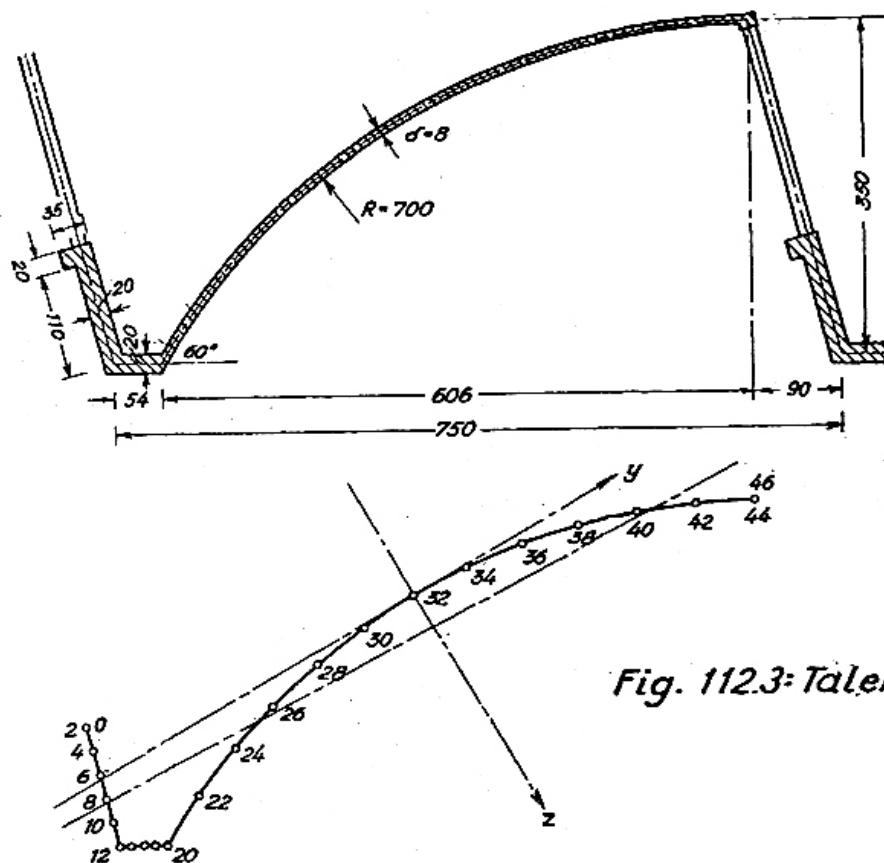


Fig. 112.3: Taleks. 112.1.

Figura 9. Ejemplo numérico de cáscara cilíndrica en forma de diente de sierra. Lundgren H. 1949. Cylindrical Shells. Volumen I Cylindrical Roofs. The Danish Technical Press the Institution of danish Civil Engineers. Capítulo 11, apartado 112, num. Ex. 112.1: Saw-tooth roof, figura 112.3, p. 82.

armadura. Por tanto, el estado de equilibrio, así obtenido, es una solución al problema, pero no la única.

Uno de los objetivos principales de Félix Candela, como consecuencia de lo expuesto, fue obtener las condiciones de forma geométrica en las cáscaras cilíndricas, así como las relaciones en el borde de éstas más adecuadas para el cálculo.

Candela, en contra de los defensores de la solución única y exacta que marcaba la Teoría de la Elasticidad, situaba el concebir estructural en relación a los procesos naturales del pensamiento que el hombre había creado para comprender y relacionarse con el mundo que lo rodeaba; es decir, tal y como afirmaba “lo que necesitamos es una estructura, no un análisis”.

REFERENCIAS

- (1) Reissner, H. 1908. “Über die Spannungsverteilung in zylindrischen Behälterwänden”. Beton und Eisen, vol.7, nº6, pp. 150-155.
- (2) Emperger, F. V. 1910. “Handbuch für Eisenbetonbau: Flüssigkeitsbehälter Röhren, Kanäle”. W. Ernst.
- (3) Finsterwalder, U. 1932. Die Theorie der kreiszylindrischen Schalengewölbe System Zeiss-Dywidag und ihre anwendung auf die Grossmarkthalle in Budapest. Journal of Bridge and Structural Engineering. Primer Congreso IABSE, París: 127-152.
- (4) Dischinger, Fr. 1935. Die strenge Theorie der Kreiszylinderschale in ihrer Anwendung auf die Zeiss-Dywidag-Schalen. Beton u. Eisen, (34): 257-264, 283-294.
- (5) Jakobsen, A. Aas. 1941. Einzellasten auf Kreiszylinderschalen. Der Bauingenieur (22): 343-346.
- (6) Johansen, K. W. 1944. Skalkonstruktion paa Radiohuset. Bygningsstatiske Meddelelser, (15): 1-26.
- (7) Kazinczy, G. V. 1933. Die Plastizität des Eisenbetons. Beton und Eisen, (32): 74-80.
- (8) Lundgren, H. 1949. Cylindrical Shells. Volumen I: Cylindrical Roofs. The Danish Technical Press the Institution of Danish Civil Engineers.
- (9) Johansen, K. W. 1948. “Critical notes on the calculation and design of cylindrical shells”. Third Congress IABSE (International Association for Bridge and Structural Engineering), Liège, rapport final, IVc., pp. 601-606.
- (10) Kazinczy, G. V. 1949. Beräkning av cylindriska skal med hänsyn till den armerade betongens egenskaper. Betong, (34): 239-261.
- (11) Candela, F. 1951. “Hacia una nueva filosofía de las estructuras”. II Congreso Científico Mexicano (Conmemorativo del IV Centenario de la Universidad). Revista Ingeniería, Vol. XXV, nº. 2, México.
- (12) Candela, F. 1951. Simple Concrete Shell Structures. Journal of the American Concrete Institute, (48): 321-333.
- (13) Candela, F. 1955. Structural Applications of Hyperbolic Paraboloidal Shell. Journal of the American Concrete Institute. (51): 397-419.
- (14) Candela, F. 1963. Arquitectura y Estructuralismo. Arquitectura nº 59.
- (15) Candela, F. Letter to Anton Tedesko. Dec 5 1963.
- (16) Faber, C. 1963. Candela, the shell builder. Reinhold Publishing Corporation.
- (17) Tedesko, A. 1964 Concrete Shell Structures: Practice and commentary. Journal of the American Concrete Institute. (61) p: 1091-1108.
- (18) Faber, C., Echegaray, M.M. y Candela, F. 1970. Las estructuras de Candela. Compañía Editorial Continental, S.A. Mexico-España-Argentina-Chile.
- (19) Tonda, J.A. (1973). Cascarones de Concreto. Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto A.C.
- (20) Garlock, M. E. M., & Billington, D. P. 2008. Félix Candela: engineer, builder, structural artist. Princeton University Art Museum.

* * *